El modelo Demanda Agregada-Oferta Agregada

Suponga que podemos definir el equilibrio de una economía a través de las siguientes ecuaciones:

El lado de la oferta

1. Función de Producción: $Y_t = n^{\alpha} B_t L_t^{1-\alpha}$
2. Ecuación de determinación de precios o

   demanda de empleo agregada: $L_t = n\left[\dfrac{B_t(1-\alpha)}{m^p (W_t / P_t)}\right]^{1/\alpha}$

   Empleo de equilibrio a L/P: $\overline{L} = n\left[\dfrac{(1-\alpha)}{m^p m^w c}\right]^{1/\alpha}$
3. Ecuación de determinación de salarios:

   3.1 Mercado de trabajo no competitivo:

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{1+\pi_t^e}{1+\pi_t} m^w c \overline{B}$$

   3.2 Mercado de trabajo competitivo:

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{1+\pi_t^e}{1+\pi_t} \psi^{-1/\phi} L^{1/\phi}$$

$$\Rightarrow \hat{\pi}_t = \hat{\pi}_t^e + \gamma \hat{y}_t - s_t$$

donde: $\gamma \equiv \dfrac{\alpha}{1-\alpha}$, ó $\gamma \equiv \dfrac{\alpha + 1/\phi}{1-\alpha}$; $s_t \equiv \dfrac{1}{1-\alpha}\left(\ln B_t - \ln \overline{B}\right)$

ó $s_t \equiv \dfrac{1+1/\phi}{1-\alpha}\left(\ln B_t - \ln \overline{B}\right)$.

El lado de la demanda:

i) Definición del tipo de interés real ex-ante:

$$r_t \equiv i_t^p + \rho_t - \pi_{t+1}^e$$

donde r_t es el tipo de interés real ex-ante, i_t^p es el tipo de interés nominal controlado por la autoridad monetaria, ρ_t es la prima de riesgo y π_{t+1}^e es la tasa de inflación esperada en el instante *t* sobre la inflación del siguiente periodo.

ii) Equilibrio en el mercado de bienes log-linealizado alrededor del equilibrio a largo plazo:

$$y_t - \overline{y} = \alpha_1 \left(g_t - \overline{g} \right) - \alpha_2 \left(r_t - \overline{r} \right) + v_t,$$

donde las variables con "barra" denotan su nivel tendencial de largo plazo, y v_t denota un shock de demanda relativo al estado de confianza de los consumidores y empresas sobre el crecimiento de la renta y la demanda futuras. Los parámetros son todos positivos.

iii) Regla Monetaria (regla de Taylor):

$$i_t^p = \overline{r}^* + \pi_{t+1}^e + h\left(\pi_t - \pi^* \right) + b\left(y_t - \overline{y} \right)$$

donde suponemos que el tipo de interés real de equilibrio a largo plazo es $\overline{r}^*$ más la prima de riesgo a largo plazo $\bar{\rho}$, y π^* es el objetivo de inflación de la Autoridad Monetaria.

De los puntos i), ii) y iii) se obtiene la demanda agregada:

$$\boxed{\pi_t = \pi^* - \left(\frac{1}{\varphi}\right)\left(y_t - \bar{y}\right) + \left(\frac{1}{\varphi}\right) z_t, \qquad \text{(DA)}}$$

donde $\varphi \equiv \dfrac{\alpha_2 h}{1+\alpha_2 b} > 0, \quad z_t \equiv \dfrac{v_t - \alpha_2(\rho_t - \bar{\rho}) + \alpha_1(g_t - \bar{g})}{1+\alpha_2 b}$

Resolviendo el modelo de Oferta y Demanda: para resolver este modelo necesitamos hacer un supuesto acerca de cómo los agentes forman sus expectativas. Supondremos dos situaciones: i) los agentes forman expectativas de forma adaptativa y ii) los agentes forman sus expectativas de modo racional:

1. **Expectativas Adaptativas**.

Suponga que los agentes forman expectativas de la siguiente forma:

$$\pi_t^e = \lambda \pi_{t-1} + (1-\lambda)\pi_{t-1}^e, \quad \lambda \in [0,1] \qquad (1)$$

Nótese que si $\lambda = 1$, tenemos el caso en que los agentes estiman como predicción de la inflación para el periodo *t* el último dato disponible en su conjunto de información (que es hasta *t*-1): π_{t-1}. En términos estocásticos es como si los agentes supusieran que la inflación seguirá un paseo aleatorio. Lo que ocurre es que si el proceso seguido fuera otro se estarían incurriendo en errores sistemáticos. Por otro lado, si $\lambda = 0$, las expectativas serán estáticas, es decir, la nueva información no ajusta las expectativas: esto conlleva la asunción de errores sistemáticos por parte de los agentes. En definitiva, el supuesto de expectativas generará errores sistemáticos incluso eligiendo un valor de λ tal que minimice la suma errores de expectativas al cuadrado para la muestra que se esté utilizando.

Resolución:

Paso 1: Expresar la curva de oferta agregada en el instante *t*-1:

$$\pi_{t-1} = \pi^e_{t-1} + \gamma \underbrace{\hat{y}_{t-1}}_{y_{t-1}-\bar{y}} - s_{t-1} \Rightarrow$$
$$\pi^e_{t-1} = \pi_{t-1} - \gamma \hat{y}_{t-1} + s_{t-1} \qquad (2)$$

Paso 2: Sustituir (2) en (1)

$$\pi^e_t = \pi_{t-1} - (1-\lambda)\gamma \hat{y}_{t-1} + (1-\lambda)s_{t-1} \qquad (3)$$

Paso 3: Sustituyendo (3) en la curva de oferta agregada:

$$\underbrace{\hat{\pi}_t}_{\pi_t-\pi^*} = \hat{\pi}_{t-1} + \gamma \hat{y}_t - (1-\lambda)\gamma \hat{y}_{t-1} - s_t + (1-\lambda)s_{t-1} \quad (4)$$

Paso 4: Sustituyendo la Demanda Agregada en (4) obtenemos el *output-gap* de equilibrio:

$$\hat{y}_t = \underbrace{\left[\frac{1+(1-\lambda)\varphi\gamma}{1+\varphi\gamma}\right]}_{\tilde{\beta}} \hat{y}_{t-1} + \frac{1}{\underbrace{1+\varphi\gamma}_{\beta}}\left[z_t - z_{t-1} + \varphi\left(s_t - (1-\lambda)s_{t-1}\right)\right], \quad (5)$$

es decir, se obtiene un proceso ARMA(1,1) supuesto que los shocks estructurales $\left\{v_t, \hat{\rho}_t, \varepsilon_{g,t}, \ln\left(B_t / \overline{B}\right)\right\}$, del modelo son ruidos blancos, donde $\varepsilon_{g,t} \equiv g_t - \overline{g}$ es el error en el control del gasto público.

Paso 5: Sustituyendo la Demanda Agregada en (4) se obtiene el diferencial de inflación respecto del objetivo de la Autoridad Monetaria de equilibrio:

$$\hat{\pi}_t = \tilde{\beta}\hat{\pi}_{t-1} + \beta\left[\gamma\left(z_t - (1-\lambda)z_{t-1}\right) - \left(s_t - (1-\lambda)s_{t-1}\right)\right], \quad (6)$$

es decir, un proceso ARMA(1,1).

Nótese que (5) y (6) forman la solución de equilibrio del modelo. A partir de estas ecuaciones puede calcularse cualquier efecto sobre los niveles de equilibrio del output y de la inflación de realizaciones de diferentes shocks así como de cambios en los parámetros de política tales como $\pi^*, h, b, \overline{g}$.

Algunos casos:

a) Si $\pi_t^e = \pi_{t-1}$, es decir, $\lambda = 1$, la solución dada por (5) y (6) será:

$$\hat{y}_t = \beta\hat{y}_{t-1} + \beta\left[z_t - z_{t-1} + \varphi s_t\right], \quad (5')$$

$$\hat{\pi}_t = \beta\hat{\pi}_{t-1} + \beta\left[\gamma z_t - s_t\right]. \quad (6')$$

b) Bajo una política fiscal activista contracíclica, como la siguiente:

$$g_t = \overline{g} - \psi(y_t - \overline{y}) + \varepsilon_{g,t}$$

la solución dada por (5) y (6) será:

$$\hat{y}_t = \tilde{\beta}'\hat{y}_{t-1} + \beta'\left[\tilde{z}_t - \tilde{z}_{t-1} + \tilde{\varphi}\left(s_t - (1-\lambda)s_{t-1}\right)\right], \qquad (5'')$$

$$\hat{\pi}_t = \tilde{\beta}'\hat{\pi}_{t-1} + \beta'\left[\gamma\left(\tilde{z}_t - (1-\lambda)\tilde{z}_{t-1}\right) - \left(s_t - (1-\lambda)s_{t-1}\right)\right], \quad (6'')$$

donde $\tilde{\beta}' \equiv \dfrac{1+(1-\lambda)\tilde{\varphi}\gamma}{1+\tilde{\varphi}\gamma}$, $\beta' \equiv \dfrac{1}{1+\tilde{\varphi}\gamma}$, $\tilde{\varphi} \equiv \dfrac{\alpha_2 h}{1+\alpha_1\psi+\alpha_2 b}$,

$$\tilde{z}_t \equiv \frac{v - \alpha_2\hat{\rho}_t + \alpha_1\varepsilon_{g,t}}{1+\alpha_2 b+\alpha_1\psi}.$$

2. Expectativas Racionales

En esta situación suponemos que los agentes que viven en el instante *t* tienen información completa y forman sus expectativas racionalmente, esto es, utilizan óptimamente toda la información que tienen disponible (conocen todas las realizaciones de las variables del modelo hasta el instante t-1, y conocen todas las relaciones del modelo estructural: ecuaciones de oferta y demanda y reglas de política) para formar sus predicciones. La solución del modelo serán los niveles de output e inflación en cada instante *t* como función de parámetros estructurales, shocks estructurales y, quizás, variables predeterminadas (es decir, variables que se determinaron endógenamente en periodos pasados y que pasan a formar parte del conjunto de información actual).

La racionalidad de expectativas no significa la ausencia de error de predicción; de hecho, éste puede ser "grande" (provocado por un exceso de incertidumbre en la estructura económica, quizás por fuertes perturbaciones imprevisibles o bajos niveles de información). La racionalidad de expectativas se basa en la esperanza matemática condicional:

$E_{t-1}\pi_t = E\left[\pi_t \middle| \Omega_{t-1}\right]$, donde Ω_{t-1} es el conjunto de información.

Algunas propiedades de las expectativas racionales (éstas implican la ausencia de errores sistemáticos por parte de los agentes):

a) La esperanza matemática de los errores de expectativas es cero.
b) El error de previsión a horizonte 1 es un ruido blanco futuro. El error de previsión a horizonte *k* es una combinación de ruidos blancos futuros que forman un proceso de MA(*k*-1). Esto implica que los errores de previsión están incorrelacionados con el conjunto de información utilizado para formar las previsiones.
c) Ley de expectativas iteradas: $E_t\left(E_{t+j}(\pi_{t+j+s})\right) = E_t(\pi_{t+j+s})$, *j*, *s*>0.

Solución del modelo (suponemos que todos los shocks estructurales son ruidos blancos):

Paso 1: Teniendo en cuenta que la ecuación de la oferta agregada puede expresarse como:

$$\hat{y}_t = \frac{1}{\gamma} \underbrace{\left(\pi_t - E_{t-1}(\pi_t)\right)}_{\substack{\text{es un ruido blanco por ser} \\ \text{un error de expectativas}}} + \frac{1}{\gamma} s_t ,$$

y que los shocks estructurales siguen un proceso de ruido blanco, si tomamos expectativas racionales bajo el conjunto de información hasta el instante *t*-1 sobre tal ecuación, obtenemos que $E_{t-1}(y_t) = \overline{y}$. Es decir, los agentes, con la información que tienen hasta *t*-1 esperan en *t*-1 que el output de equilibrio en *t* será el de largo plazo.

Paso 2: Igualando las curvas de oferta y demanda agregadas se obtiene:

$$\hat{\pi}_t = \frac{1}{1+\gamma\varphi} E_{t-1}(\hat{\pi}_t) + \frac{1}{1+\gamma\varphi} (\gamma z_t - s_t) \qquad (7)$$

Paso 3: Aplicando expectativas racionales bajo el conjunto de información hasta el instante *t*-1 sobre (7) obtenemos la expectativas sobre la inflación en equilibrio:

$$E_{t-1}(\pi_t) = \pi^* \qquad (8)$$

Paso 4: Sustituyendo (8) en (7) se tiene la inflación de equilibrio:

$$\pi_t = \pi^* + \frac{1}{1+\gamma\varphi}(\gamma z_t - s_t) \qquad (9)$$

Paso 5: Sustituyendo (9) en la curva de oferta agregada se tiene el output de equilibrio:

$$y_t = \overline{y} + \frac{1}{1+\gamma\varphi}(z_t + \varphi s_t) \qquad (10)$$

Las ecuaciones (9) y (10) forman la solución del modelo bajo expectativas racionales. Esta solución nos dice que tanto el output como la inflación se situarán siempre sobre sus niveles respectivos de largo plazo y que fluctuarán alrededor de estos niveles si se producen sorpresas fiscales, monetarias o cambios en productividad inesperados. En definitiva, siguen procesos ruido blanco con constante.

Nótese que bajo una política fiscal activista contracíclica, como la siguiente:

$$g_t = \overline{g} - \psi(y_t - \overline{y}) + \varepsilon_{g,t}$$

la solución dada por (9) y (10) será:

$$\pi_t = \pi^* + \frac{1}{1+\gamma\tilde{\varphi}}(\gamma \tilde{z}_t - s_t) \qquad (9')$$

$$y_t = \overline{y} + \frac{1}{1+\gamma\tilde{\varphi}}(\tilde{z}_t + \varphi s_t) \qquad (10')$$

donde $\tilde{\varphi} \equiv \dfrac{\alpha_2 h}{1+\alpha_1\psi+\alpha_2 b}, \tilde{z}_t \equiv \dfrac{v_t - \alpha_2\hat{\rho}_t + \alpha_1\varepsilon_{g,t}}{1+\alpha_2 b+\alpha_1\psi}$.

Sin embargo, nótese que la varianza tanto condicional (al conjunto de información en t-1) como incondicional de y_t y π_t dependen de parámetros de política (b, h, ψ). Esto significa que las políticas estabilizadoras de las Autoridades fiscales y monetarias estarán justificadas en tanto el control de tales parámetros incidirán en el control de las volatilidades de estas variables. Por tanto, podría la Autoridad Fiscal y/o la Autoridad Monetaria calcular los valores de los parámetros (b, h, ψ)que minimicen la varianza del output y de la inflación, probado que una baja variabilidad de estas variables tienen un efecto positivo sobre el bienestar de los agentes que suponemos aversos al riesgo.

Inefectividad de las políticas económicas:

Se puede probar que si las reglas de política fiscal y monetaria (la regla de Taylor) se expresan como sigue:

$$g_t = \overline{g} - \psi[E_{t-1}(y_t) - \overline{y}] + \varepsilon_{g,t}$$

$$i_t^p = \overline{r}^* + E_{t-1}(\pi_{t+1}) + h\left(E_{t-1}(\pi_t) - \pi^*\right) + b\left(E_{t-1}(y_t) - \overline{y}\right)$$

la solución del modelo bajo expectativas racionales será:

$$\pi_t = \pi^* + \gamma(v_t - \alpha_2\hat{\rho}_t) + \gamma\alpha_1\varepsilon_{g,t} - s_t \qquad (9'')$$

$$y_t = \overline{y} + (v_t - \alpha_2\hat{\rho}_t) + \alpha_1\varepsilon_{g,t} \qquad (10'')$$

Ahora, la varianza del output y de la inflación no depende de parámetros de política. En este caso no ha lugar para las políticas de estabilización. Tanto la política fiscal como la monetaria son inefectivas para controlar la variabilidad de las variables de equilibrio.

Nótese que este resultado también implica que la variabilidad del output está conducida sólo por shocks de demanda. Esto parece ser contradictorio con las observaciones empíricas. Para tener un resultado más acorde con los hechos, podríamos proponer una regla de Taylor como la siguiente,

$$i_t^p = \overline{r}^* + E_{t-1}(\pi_{t+1}) + h\left(\pi_t - \pi^*\right) + b\left(E_{t-1}(y_t) - \overline{y}\right)$$

en la cual supondríamos que el parámetro *h* no será un instrumento de política sino que reflejará la elasticidad de la demanda de dinero a cambios en los precios. En este caso, el lector puede probar como **ejercicio** que el output sí dependerá de los shocks de oferta, y seguirá presente la inefectividad de las políticas de estabilización fiscales o monetarias.

Crítica de Lucas:
En una economía donde los agentes forman sus expectativas de modo racional, los coeficientes con que las variables predeterminadas y las variables exógenas influyen sobre los niveles de equilibrio de las variables endógenas, son función de los parámetros estructurales, pero también de los parámetros de las reglas fiscales y monetarias corrientes y futuras. En consecuencia, cambios en la regla de política producirán variaciones en dichos coeficientes de impacto. Si no se tienen en cuenta, se estará midiendo el posible impacto de, por ejemplo, una nueva senda de gasto, con unos coeficientes que se corresponden a conductas bajo reglas fiscales pasadas, pero no bajo la que se pretende evaluar; el error que se comente puede ser arbitrariamente grande.

Ejemplo:
Sean las siguientes curvas de oferta y demanda agregadas:

$$\hat{y}_t = \delta \hat{y}_{t-1} + \frac{1}{\gamma}\left[\hat{\pi}_t - E_{t-1}(\hat{\pi}_t)\right] + \frac{1}{\gamma} s_t, \delta \in [0,1), \qquad \text{(SA)}$$

$$\hat{y}_t = -\tilde{\varphi}\hat{\pi}_t + \tilde{z}_t, \qquad \text{(DA)}$$

donde $\tilde{\varphi} \equiv \dfrac{\alpha_2 h}{1+\alpha_1\psi + \alpha_2 b} > 0, \quad z_t \equiv \dfrac{v_t - \alpha_2\hat{\rho}_t + \alpha_1\varepsilon_{g,t}}{1+\alpha_1\psi+\alpha_2 b}$

Nótese que hemos introducido cierta inercia en la curva de oferta a través del parámetro δ.

La solución bajo expectativas racionales es la siguiente:

$$E_{t-1}(y_t) = \bar{y}(1-\delta) + \delta y_{t-1}, \qquad (11)$$

$$E_{t-1}(\pi_t) = \pi^*(1-\delta) + \delta\pi_{t-1} - \frac{\delta}{\tilde{\varphi}}\tilde{z}_{t-1}, \qquad (12)$$

$$\pi_t = \pi^*(1-\delta) + \delta\hat{\pi}_{t-1} - \frac{\delta}{\tilde{\varphi}}\tilde{z}_{t-1} + \frac{1}{1+\tilde{\varphi}\gamma}\left(\gamma\tilde{z}_t - s_t\right), \qquad (13)$$

$$y_t = \bar{y}(1-\delta) + \delta y_{t-1} + \frac{\tilde{z}_t + \tilde{\varphi}s_t}{1+\tilde{\varphi}\gamma}. \qquad (14)$$

Descomponiendo los shocks de demanda, la solución para el output puede expresarse de forma equivalente como la siguiente:

$$y_t = \overline{y}(1-\delta) + \delta y_{t-1} + \underbrace{\frac{\frac{\alpha_1}{1+\gamma\tilde{\varphi}}}{1+\alpha_1\psi+\alpha_2 b}}_{\zeta}\varepsilon_{g,t} + \underbrace{\left[\frac{\left(\frac{v_t-\alpha_2\hat{\rho}_t}{1+\alpha_1\psi+\alpha_2 b}+\tilde{\varphi}s_t\right)}{1+\gamma\tilde{\varphi}}\right]}_{\varpi_t}, \quad (14')$$

ó lo que es lo mismo:

$$y_t = \overline{y}(1-\delta) + \delta y_{t-1} + \zeta \underbrace{(\hat{g}_t - E_{t-1}\hat{g}_t)}_{\varepsilon_{g,t}} + \varpi_t \Leftrightarrow$$

Nótese que:

$$\underbrace{g_t-\overline{g}}_{\hat{g}_t} = -\psi(\underbrace{y_t-\overline{y}}_{\hat{y}_t}) + \varepsilon_{g,t},$$

$$E_{t-1}(\hat{g}_t) = -\psi E_{t-1}(\hat{y}_t) = -\psi\delta\hat{y}_{t-1}$$

$$y_t = \overline{y}(1-\delta) + \delta y_{t-1} + \zeta(g_t-\overline{g}) + \zeta\psi\delta(y_{t-1}-\overline{y}) + \varpi_t \Leftrightarrow$$

$$y_t = \underbrace{\left\{\left[(1-\delta)-\zeta\psi\right]\overline{y}-\zeta\overline{g}\right\}}_{\tilde{\overline{y}}} + \underbrace{\delta(1+\zeta\psi)}_{\tilde{\delta}} y_{t-1} + \zeta g_t + \varpi_t \Leftrightarrow$$

$$y_t = \tilde{\overline{y}} + \tilde{\delta}y_{t-1} + \zeta g_t + \varpi_t \quad (15)$$

Supóngase por otro lado que estamos interesados en estudiar el efecto que tiene el gasto público sobre el output en una economía real dada. Para responder a esta pregunta bien podríamos estimar la siguiente regresión:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 g_t + \varpi_t \qquad (16)$$

y contrastar la hipótesis: $\begin{cases} H_0 : \beta_2 = 0 \\ H_1 : \beta_2 > 0 \end{cases}$, concluyendo que si β_2 es significativamente mayor que cero (esto es, rechazamos la hipótesis nula) entonces el gasto público tiene efectos sobre el output.

Sin embargo, esta conclusión podría ser errónea si mantenemos la hipótesis de que el modelo teórico que explica la economía es el que acabamos de desarrollar. En él hemos demostrado que sólo las sorpresas en la política de gasto ($\varepsilon_{g,t}$) así como las sorpresas en la prima de riesgo, y los shocks en la confianza del sector privado (v_t) y shocks en productividad.

A pesar de que a partir del modelo teórico podemos expresar el output de equilibrio como (15), no podemos interpretar el parámetro ζ como el efecto del gasto sobre el output ya que de (14’) vemos que tal parámetro describe el efecto de la sorpresa del gasto sobre el output.

Por tanto, **la primera conclusión** que obtenemos es que es crucial tener un modelo teórico detrás del modelo empírico (es decir, la regresión dada por (16)) para hacer una interpretación correcta de los parámetros del modelo. Así pues, no podemos interpretar la estimación de β_2 como el efecto del gasto sobre el output si mantenemos como supuesto que el modelo teórico que explica la economía es el desarrollado a partir de (11)-(14).

También debe notarse que si comparamos (16) con (15), cada uno de los parámetros del modelo empírico $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ son función de los parámetros estructurales del modelo teórico $(\alpha_1, \alpha_2, \delta, \gamma)$ pero también de los parámetros de política $(b, h, \psi, \pi^*, \overline{g})$. Si a lo largo de la muestra utilizada para estimar el modelo empírico (16) la política fiscal hubiese sido estable según esta regla $g_t = \overline{g} - \psi[y_t - \overline{y}] + \varepsilon_{g,t}$, y queremos evaluar el efecto que tendría sobre el output considerar una regla alternativa como ésta: $g_t = \overline{g}' + \tilde{\varepsilon}_{g,t}$, no podemos utilizar las estimaciones de los parámetros $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2\}$ obtenidas del modelo de regresión ya que estas estimaciones dependen crucialmente de los parámetros de la política fiscal que ocurrió bajo la muestra utilizada. Bajo la nueva regla de gasto estos parámetros habrían sido distintos y sólo el modelo teórico puede ofrecernos cómo cambiarán estos parámetros ante la nueva senda de gasto.

Por tanto, como segunda conclusión, si no se tienen en cuenta estos cambios paramétricos podemos cometer errores importantes en el análisis del impacto de la nueva regla de política sobre el output.

Todo esto ha conducido en los últimos 20-30 años al desarrollo de técnicas econométricas que estimen modelos estructurales y no versiones reducidas (como el modelo empírico presentado antes), de modo que puedan identificarse y estimarse los shocks estructurales así como cada uno de los parámetros estructurales y de política por separado, y no combinaciones de los mismos como sería el caso de la estimación de un modelo reducido. Estas técnicas de estimación tienen como objetivo salvar la crítica de Lucas cuando se utilizan estos modelos estructurales estimados para hacer simulaciones de política económica.